

## PROGRAMME DE COLLES 02.

CHAPITRE 2 : ESPACES VECTORIELS ET RÉVISIONS ECG1 : VARIABLES DISCRÈTES.

Tous les sujets de colles comportent

1. Une partie sur le cours (définitions, énoncés de résultats, preuves simples), notée sur 6 points.
2. Un exercice de probabilités extrait du cahier de vacances noté sur 7 points.
3. Un exercice d'algèbre linéaire noté sur 7 points.

QUESTIONS DE COURS.

### Chapitre 2.

- Toutes les définitions du cours (sauf celle d'espace vectoriel abstrait).
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
  - Définir précisément les espaces vectoriels de référence (les ensembles **et** les lois internes et externes).
  - Caractérisation abstraite des sous-espaces vectoriels.
  - Bases usuelles (canoniques) et dimensions des espaces usuels.
- Les preuves suivantes :
  - Montrer qu'un sous-espace vectoriel  $F$  de  $E$  contient nécessairement le vecteur nul de  $E$ .
  - Montrer que si  $e_1, \dots, e_p$  sont des vecteurs de  $E$ , alors  $\text{Vect}\{e_1, \dots, e_p\}$  est un sous-espace vectoriel de  $E$ .
  - Existence de coordonnées dans une base (tout vecteur s'écrit de manière unique comme combinaison linéaire des vecteurs de base).
  - Montrer que les solutions d'un système homogène de  $k$  équations à  $n$  inconnues est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$ .

**Révisions.** S'assurer de connaître toutes les caractéristiques des variables aléatoires discrètes de référence :

- Le support de la variable.
- La loi, c'est-à-dire l'expression explicite de  $P(X = k)$  pour tout  $k$  dans le support de  $X$ .
- Son espérance.
- Sa variance.
- Les situations concrètes qu'elle sert à modéliser.

EXERCICES.

- Montrer qu'un sous-ensemble d'un espace vectoriel de référence est un sous-espace vectoriel.
- Trouver une famille génératrice d'un espace vectoriel, savoir décider si une famille de vecteurs est libre ou liée.
- Montrer qu'une famille de vecteurs est une base d'un espace vectoriel. En déduire la dimension d'un espace vectoriel.
- *Quelques questions d'algèbre linéaire de ECG 1 peuvent se glisser dans les sujets.*
- Savoir retrouver par le calcul l'espérance et la variance des variables de références.